La formation des professeurs : entre analyse de praxéologies professionnelles et étude de problèmes de la profession

Gisèle Cirade

LA FORMATION DES PROFESSEURS : ENTRE ANALYSE DE PRAXEOLOGIES PROFESSIONNELLES ET ETUDE DE PROBLEMES DE LA PROFESSION

Gisèle CIRADE*

Résumé – Dans une formation professionnelle, l'analyse des *praxéologies* professionnelles permet de travailler les types de tâches qui sont au cœur du métier : pour le professeur (de mathématiques), il s'agit essentiellement de « mettre en place, dans une classe de collège ou de lycée, une certaine organisation de savoir "mathématique" ». Mais la formation, par-delà l'étude de ces questions, se doit aussi de travailler à identifier les *problèmes de la profession* et à y apporter des *solutions*, toujours partielles et provisoires, qui pourront *percoler* dans la profession à travers les entrants dans le métier.

Mots-clefs : Didactique des mathématiques, Formation initiale des professeurs de mathématiques, Praxéologies professorales, Problèmes de la profession, Théorie anthropologique du didactique (TAD)

Abstract – In professional training, analysis of professional *praxeologies* allows us to work on the types of tasks that are at the heart of the trade: for the teacher of mathematics, they are essentially "set up in a class of college or high school, some organization of mathematical knowledge". But training, beyond the study of these questions, must also work to identify *problems of the profession* and to find *solutions*, always partial and provisional, which will allows the profession to be *spread* thanks to people who are entering the profession.

Keywords: Anthropological Theory of the Didactic (ATD), Didactics of mathematics, Initial training of teachers of mathematics, Problems of the profession, Teaching praxeologies

I. L'EQUIPEMENT PRAXEOLOGIQUE DU PROFESSEUR

Au-delà des formations[1] sur lesquelles nous allons nous appuyer, notamment en leur empruntant quelques corpus, il s'agit ici de dégager, en se plaçant dans le cadre de la théorie anthropologique du didactique (voir Chevallard 1999, 2010), quelques fondements théoriques qui président à leur organisation et au choix des dispositifs mis en place. On notera d'emblée que l'enseignement de didactique des mathématiques qui est proposé dans le cadre de ces formations est un enseignement à *visée professionnelle*, c'est-à-dire *finalisé par les besoins de la profession*. Mais quels sont les besoins de la profession ? Quels sont les types de tâches que le professeur doit accomplir dans l'exercice de son métier ? Quels sont les problèmes auxquels il doit faire face au quotidien ?

Nous partirons du « type de tâches qui est la raison d'être du professeur de mathématiques : *mettre en place*, dans une classe de collège ou de lycée, une certaine *organisation de savoir* "mathématique" » (Chevallard 2002, p. 5). Bien entendu, par-delà ce type de tâches T_π qui vient d'être dégagé, il faut aussi avoir une *technique* τ_π qui permette d'accomplir ce type de tâches, une technologie θ_π qui vienne *justifier*, *produire*, *rendre intelligible* cette technique et une théorie Θ_π qui, à son tour, vienne *justifier*, *produire*, *rendre intelligible* cette technologie θ_π. C'est ce qu'Yves Chevallard (2002) appelle le *problème praxéologique du professeur* :

> … on dira alors que le problème praxéologique du professeur de mathématiques est de construire une praxéologie $[T_\pi / \tau_\pi / \theta_\pi / \Theta_\pi]$, c'est-à-dire d'apporter une réponse $R_\pi = [T_\pi / \tau_\pi / \theta_\pi / \Theta_\pi]$ à la question Q_π :

* Université Toulouse 2 (IUFM) – France – gisele.cirade@univ-tlse2.fr

[1] Il s'agit de deux formations initiales de professeurs de mathématiques de l'enseignement secondaire, en France, qui sont dispensées l'une à Marseille (Université Aix-Marseille 1) et l'autre à Toulouse (Université Toulouse 3 et Université Toulouse 2).

© Cirade G. (2012) La formation des professeurs : entre analyse de praxéologies professionnelles et étude de problèmes de la profession. In Dorier J.-L., Coutat S. (Eds.) *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21e siècle – Actes du colloque EMF2012* (GT2, pp. 314–323). http://www.emf2012.unige.ch/index.php/actes-emf-2012

comment accomplir une tâche t_π du type T_π ? De même qu'on a parlé d'organisation mathématique, on nomme ici *organisation didactique* une praxéologie de la forme $[T_\pi / \tau_\pi / \theta_\pi / \Theta_\pi]$. (p. 5)

L'enjeu est donc la diffusion de cette praxéologie, $[T_\pi / \tau_\pi / \theta_\pi / \Theta_\pi]$, et les questions du type « Comment mettre en place, dans une classe donnée, telle organisation mathématique ? » seront au cœur de la formation dispensée. Bien entendu, notons que « c'est *en dernière instance* que la *praxis* professorale se ramène à l'unique type de tâches T_π » et que, « en un autre sens, tout au contraire, le type de tâches T_π s*e déploie* en une multiplicité de types de tâches $T_\pi^{(k)}$ » (Chevallard 2002, p. 6). Pour donner quelques exemples de ce déploiement, nous pouvons nous appuyer sur la liste « de 29 "critères", que l'analyse avait permis de dégager d'un corpus de rapports de maîtres de stage étudié dans le cadre d'une recherche [2] récemment conduite à l'époque » (Cirade 2006, p. 297) :

Le métier et l'établissement
« Investissement personnel, dynamisme »
« Intégration »
La classe
– Concevoir l'enseignement à donner
« Préparer ses cours »
« Connaître les programmes »
« Respecter le programme »
« Programmer son enseignement »
« Analyser les mathématiques à enseigner »
« Moduler le traitement du programme selon la classe »
« Bien choisir les techniques »
« Bien choisir les documents distribués »
« Anticiper les difficultés des élèves »
– Les fonctions didactiques à assurer
« Tenir le rythme dans le traitement du programme »
« Donner un enseignement structuré, diversifié, équilibré, adapté »
« Définir des objectifs d'apprentissage »
« Présenter les notions »
« Mettre en forme les contenus enseignés »
« Donner sa place à l'élève dans la gestion de la séance »
« Bien calibrer des travaux personnels diversifiés »
« Corrections et erreurs »
« Contrôler le travail et les connaissances des élèves »
– Gestion de la séance
« Aisance, assurance »
« Avoir le contact avec les élèves, avec une distance adéquate »
« S'adresser à toute la classe »
« Un langage approprié »
« Gestion du tableau »
« Matériel pédagogique »
« Figures géométriques »
« Prise de notes »
– D'une séance à l'autre
« Analyser sa pratique » (Cirade 2006, p. 298)

L'un des objectifs de la formation va donc être de *déployer* ce type de tâches T_π pour étudier les organisations praxéologiques à constituer autour des types de tâches $T_\pi^{(k)}$, sans pour autant oublier de travailler leur amalgamation. C'est cette question que nous allons maintenant examiner, après avoir noté que ce déploiement et cette amalgamation constituent l'un des nombreux problèmes que le professeur devra affronter *tout au long de sa carrière* :

La « compression » du système ${T_\pi^{(k)}}_{k\in I}$ en l'unique type de tâches T_π et, inversement, le « déploiement » de T_π en le système ${T_\pi^{(k)}}_{k\in I}$ de types de tâches sont, si l'on peut dire, le problème ! Le professeur débutant

[2] Il s'agit d'une recherche menée en 2000 par Yves Chevallard et Michèle Artaud.

> ne perçoit guère, au-delà de T_π, le système $T_\pi^{(k)}{}_{k\in I}$, qu'il va découvrir peu à peu. Le professeur averti, lui, connaît par familiarité institutionnelle le système $T_\pi^{(k)}{}_{k\in I}$ qui s'impose à lui ; mais souvent il n'en perçoit qu'imparfaitement la motivation par T_π. Avec le temps, au fil des décennies qui composent une carrière, cette perception risque de s'affaiblir jusqu'à faire recevoir les nouveaux types de tâches qui viennent s'intégrer à $T_\pi^{(k)}{}_{k\in I}$ de loin en loin comme non motivés par T_π, voire comme totalement immotivés. À la limite, le vétéran sert un métier qu'il vit – parfois même qu'il vit bien – comme plus ou moins fortement dissocié, et non comme ordonné – « comme autrefois » – à une mission unique. (Chevallard 2002, p. 6)

II. LA FORMATION

Comme il est par exemple rappelé dans les notes du séminaire de didactique des mathématiques dispensé en 2005-2006 à l'attention des élèves professeurs de mathématiques de deuxième année à l'IUFM d'Aix-Marseille, la problématique *générique* du travail lors de la formation est la suivante.

> … face à une question professionnelle *Q*, l'élaboration d'une réponse *R* (ou plutôt $R^{\heartsuit}$) suppose un parcours d'étude et de recherche, collectif et individuel, dont les étapes clés sont les suivantes :
> 1. *Observer* les réponses $R^{\Diamond}$ [lire : r poinçon] existantes dans la culture ou les pratiques professionnelles.
> 2. *Analyser*, au double plan clinique/expérimental et théorique, ces réponses $R^{\Diamond}$.
> 3. *Évaluer* ces mêmes réponses $R^{\Diamond}$.
> 4. *Développer* une réponse propre $R^{\heartsuit}$.
> 5. *Diffuser et défendre* la réponse $R^{\heartsuit}$ ainsi produite. (Chevallard 2006, p. 170)

Dans cet extrait, on distingue la réponse, notée $R^{\heartsuit}$, qui sera *élaborée* dans ce parcours d'étude et de recherche en réponse à la question professionnelle *Q* considérée et les réponses *observées*, notées $R^{\Diamond}$, qui serviront à *produire* la réponse $R^{\heartsuit}$. Pour compléter ce tableau, il reste à introduire le collectif *X* des professeurs en formation, le collectif *Y* des formateurs et, enfin, le système didactique $S(X ; Y ; Q)$: on peut alors dire qu'il s'agit pour la classe $[X ; Y]$, d'étudier cette question *Q* afin de produire une réponse $R^{\heartsuit}$. On a vu que l'élaboration de cette réponse s'appuyait sur des réponses (à la question *Q*) que l'on peut observer dans la culture ou les pratiques professionnelles : on les notera $R_1^{\Diamond}, R_2^{\Diamond}, \ldots, R_m^{\Diamond}$. Mais ce n'est pas tout. La classe $[X ; Y]$ s'appuiera aussi sur des *œuvres*[3], qui lui permettront d'étudier ces réponses et, *in fine*, de bâtir la réponse $R^{\heartsuit}$: on les notera $O_{m+1}, O_{m+2}, \ldots, O_n$. On peut maintenant considérer le *milieu didactique*

$$M = \{R_1^{\Diamond}, R_2^{\Diamond}, \ldots, R_m^{\Diamond}, O_{m+1}, O_{m+2}, \ldots, O_n\}$$

constitué par la classe afin de bâtir la réponse $R^{\heartsuit}$. On vient ici d'expliciter ce qu'on appelle le *schéma herbartien* (Chevallard 2009, p. 20), que l'on présente ici sous sa forme semi-développée :

$$[S(X ; Y ; Q) \curvearrowright M] \hookrightarrow R^{\heartsuit}$$

Notons que, dans ce schéma, on n'impose pas aux œuvres O_j d'être « disponibles » au début de l'étude. Cela sera le cas pour certaines d'entre elles, qu'il faudra alors « convoquer », mais pour d'autres la classe devra envisager de se les rendre disponibles.

La question *Q* que l'on avait énoncée génériquement ainsi : « Comment mettre en place, dans une classe donnée, telle organisation mathématique ? » motive des questions telles que la suivante : « Comment *réaliser une séance en classe* permettant de mettre en place telle

3. Par œuvre, on entend « tout objet créé et diffusé par l'activité humaine » ; voir, par exemple, le glossaire proposé dans le mémoire de master 1 de Julia Marietti (2009, pp. 96-98). En ce sens les réponses $R_i^{\Diamond}$ sont elles aussi des œuvres, mais on les distingue parmi toutes les œuvres considérées en raison de la fonction particulière qu'elles occupent dans le processus d'étude.

organisation mathématique ? » Pour étudier ces questions, on peut par exemple convoquer dans le milieu M des réponses $R^\lozenge$ proposant des séances en classe, observées par le biais d'un compte rendu et/ou d'une vidéo de la séance, afin de les analyser, de les évaluer et de proposer un développement ou, du moins, quelques pistes de développement.

Pour étudier une réponse $R^\lozenge$ de ce type, la TAD permet de s'appuyer sur *un système de questions cruciales* (voir Artaud 2007), dont on ne donnera ici que les deux suivantes, qui structurent ce système : « Quelles sont les mathématiques qui constituent l'enjeu de l'étude durant la séance ? » et « Comment leur étude est-elle réalisée ? » La première question motive l'introduction de la notion de *praxéologie* – afin de modéliser l'activité mathématique, ici celle qui est enjeu de l'étude lors de la séance ; la deuxième question, quant à elle, motive l'étude des différents *paradigmes de l'étude scolaire* – de leur évolution, de leur devenir possible, etc. – et l'introduction du modèle des *moments de l'étude*, ainsi que celle de *milieu* (au sens introduit précédemment, par le biais du schéma herbartien), de *topos*, etc.

Bien entendu, d'autres types de réponses $R^\lozenge$ peuvent aussi être introduits dans le milieu. On peut par exemple évoquer les éléments de réponse apportés par les manuels, sous la forme d'énoncés pouvant servir de support à divers dispositifs structurels – activités d'étude et de recherche (AER), exercices et problèmes, travaux notés – ou encore par le biais de la présentation du texte du savoir, permettant par exemple de travailler sur une synthèse possible à réaliser avec la classe. Mais l'étude de séances en classe fournit un bon moyen de préparer les stages en établissement que les étudiants accompliront au cours de leurs deux années de formation en master, et lors desquels ils auront notamment à *observer*, puis à *analyser*, des séances réalisées par leur maître de stage. Sans compter que ces études sont des plus précieuses, aussi bien du point de vue de la recherche que du point de vue de la formation, en ce sens qu'elles donnent à voir des techniques de réalisation des moments de l'étude ainsi que ce qu'elles produisent quant à la mise en place de l'organisation mathématique enjeu de l'étude.

Le travail ainsi réalisé permet de faire émerger des conditions et des contraintes qui pèsent sur la dynamique de professionnalisation. À titre d'exemple, on trouvera ci-après les réponses produites par une équipe d'étudiants de première année de master (Toulouse, 2010-2011), en tout début de formation. La question, posée à l'occasion de la projection de la vidéo d'une séance de géométrie en classe de 4^{e} (élèves de 13-14 ans), est la suivante : « Vous devez décrire à un professeur de mathématiques la séance que vous venez d'observer. Quels sont les éléments que vous mettez en avant ? »

> Appel. // Vérification du travail à faire. // Cours interactif. // Rappel du cours. // Application des propriétés vues en cours. // Utilisation des outils mathématiques (équerre, …) par les élèves. // Bonne diction. // Questionnement. // Approche des activités. // Temps de réflexion. // Elle laisse les élèves se tromper : il y a une interaction entre les élèves initiée par le professeur. // Rappel du plan du cours. // Support écrit pour les activités. // Cheminement du résultat voulu. // Bon ton. // Contrôle des activités au tableau et dans les rangs. // Conclusion. // Fait confiance à ses élèves lorsque l'un d'entre eux veut s'asseoir à une autre place que la sienne.

Sur *l'ensemble des réponses* (la promotion comportait une quarantaine d'étudiants répartis en dix équipes), seules les mentions suivantes permettaient de cerner très grossièrement les contours des mathématiques à l'étude durant la séance :

> Utilisation des outils mathématiques (équerre, …) par les élèves. // Compas, règle. // … (figures déjà faites). // … figure à main levée. // … (place du point G). // … (utilisation de la médiatrice pour trouver le milieu). // … (quadrillage, vecteur). // … Elle se sert d'outils (règle, compas). // La professeure rappelle le thème de la séance précédente sur les médianes d'un triangle. // *But de ce cours*. Trouver la propriété de la médiane, à 2/3 du sommet. // But de l'exercice 2 : faire observer la propriété des 2/3 et 1/3 de la médiane. // … illustrations/figures sur les médianes. // … découverte de la nouvelle propriété sur la position du centre de gravité (au 2/3 de chaque médiane). // … une nouvelle propriété sur les médianes ;

> […] tracé du point C. // Cours maths 4[e] sur médianes. // Supports : polycopiés, compas, règle, figure au tableau. // … les figures sont déjà prêtes.

On retrouve là un phénomène déjà pointé à l'occasion d'une recherche portant sur la formation initiale des professeurs de mathématiques de l'enseignement secondaire (Cirade 2006). L'analyse des rapports rédigés par les maîtres de stage sur l'activité des élèves professeurs de deuxième année a en effet montré que « pour ce qui est des contenus mathématiques […], ce que révèlent les [rapports] étudiés, c'est un *refoulement de la mise en débat* des mathématiques : on n'en parle guère entre gens de métier, pour cette raison définitoire que chacun est censé les bien connaître » (Cirade 2008a, pp. 256-257).

D'autres questions peuvent aussi être étudiées, telles celles du type : « Comment réaliser une *séquence* en classe permettant de mettre en place telle organisation mathématique locale (autour d'un thème donné) ? » Les contraintes sont ici très fortement liées à l'état actuel de la profession, où le paradigme de l'étude scolaire dominant est celui de l'*inventaire des œuvres* : ce qui compte, ce sont les « savoirs », et non les questions.

> … le professeur est jugé sur les œuvres – les savoirs – dont il aura impulsé l'étude dans sa classe. Dans ce que je nomme le paradigme *du questionnement du monde*, le professeur est jugé sur les *questions* dont il aura dirigé l'étude. Selon ce paradigme scolaire à venir, le professeur n'aura pas rempli son contrat vis-à-vis de l'école parce qu'il aura fait étudier le théorème de Pythagore ou le théorème de Thalès, mais bien parce que il aura conduit l'étude de la question de la construction graphique d'une formule ou, à différents niveaux, la question de l'expression d'un réel donné adéquate pour le calcul approché de ce réel à l'aide de moyens de calcul donnés par exemple. (Chevallard 2009, pp. 27-28)

Comme le laisse entendre la citation précédente en mentionnant le théorème de Pythagore et le théorème de Thalès, le professeur se situe au niveau du *thème*, dont l'étude se réalise à travers les *séquences* (ce qui renvoie, sans forcément se superposer, aux *chapitres* des manuels scolaires) ; en quelque sorte, pour le professeur, l'*atome* est l'organisation mathématique *locale* – l'élève se situant, lui, au niveau du *sujet*, c'est-à-dire des organisations mathématiques *ponctuelles* composant cette organisation mathématique locale. On notera, sans développer plus avant, que l'on peut par exemple *observer une séquence* par le biais du recueil des traces écrites de quelques élèves de la classe.

Nous venons d'évoquer dans cette section un *parcours d'étude et de recherche* organisé autour de la question de la mise en place, dans une classe, d'une certaine organisation de savoir. Nous terminerons en mentionnant juste d'autres parcours d'étude et de recherche sur lesquels la formation gagne à s'appuyer, et qui sont a priori centrés sur les mathématiques à étudier dans l'enseignement secondaire : « Enseigner les fonctions », « Enseigner la statistique », « Enseigner les grandeurs et les nombres », « Enseigner l'algèbre », « Enseigner la géométrie », etc.

III. LES PROBLEMES DE LA PROFESSION

Ce travail sur l'analyse de séances ou de séquences permet notamment de mettre en place dans la formation un environnement technologico-théorique – constitué notamment autour de la notion de praxéologie et du modèle des moments de l'étude – qui, en retour, permettra de *produire des techniques de conception* (et de mise en œuvre) de séances et de séquences. Les questions abordées à cette occasion sont nombreuses et une formation professionnelle *universitaire* – en droit, c'est le cas aujourd'hui en France – se doit de construire des réponses appropriées, ce qui

> impose d'élaborer *à nouveaux frais*, sans fausses économies, des *techniques* d'enseignement que l'on éprouvera de mille façons, des *technologies* qui projettent sur elles une intelligibilité adéquate, enracinées dans des *théories* dont on ne saurait attendre qu'elles existent toutes faites, intégralement, dans le royaume des savoirs académiques, et qu'il faudra donc bien continuer de produire. L'université ne doit

> pas se contenter de fournir à la formation des enseignants de sûrs *lectores*. Il est *vital* qu'elle accepte l'aventure exaltante de se muer en *auctor* collectif, sans arrogance, sans forfanterie, avec la générosité due à des professions qui, chaque jour, contribuent vaille que vaille à donner à la société sa propre intelligibilité et à chacun de ses membres l'intelligence des situations vécues. (Chevallard et Cirade 2009, p. 55)

Nous venons d'évoquer la « question des réponses ». Mais il reste encore la « question des questions » qui se posent à la profession, c'est-à-dire la question de l'*origine* des questions. Il s'agit là d'une exigence *cruciale*, car

> une formation de professeurs (ou plus largement une formation à un métier quel qu'il soit) *qui ne saurait pas s'expliquer là-dessus* se qualifierait difficilement en tant que formation *professionnelle*. Encore toute « explication » ne sera-t-elle pas recevable ! Pour cette raison, une formation professionnelle *d'université* doit assumer humblement un postulat d'ignorance ou de quasi-ignorance grâce auquel il devient possible d'identifier peu à peu, collectivement, les principaux *problèmes de la profession* sur lesquels butent non seulement les professionnels en formation mais aussi, presque toujours, *la profession elle-même*. Car une formation de professionnels est nécessairement coextensive à une redéfinition (à prétention méliorative) *de la profession*. (Chevallard et Cirade 2009, p. 56)

L'un des dispositifs permettant ce recueil de « questions ombilicales » consiste à demander chaque semaine aux professionnels en formation d'indiquer par écrit, de manière précise et concise, une difficulté rencontrée dans le cadre de leur formation. Il peut par exemple être présenté de la façon suivante[4] :

> Les questions ainsi formulées sont regardées, sauf exception, comme des questions *qui se posent à la profession* à travers l'un de ses futurs membres, et non comme l'affaire personnelle de tel ou tel. Leur étude éventuelle dans le cadre de la formation concerne donc *tout professionnel de l'enseignement des mathématiques*, et pas seulement celui qui, ayant porté témoignage de la difficulté rencontrée, aura ainsi contribué au *développement de la profession* que ces années de formation (dans le cadre du master et dans celui de l'année de stage) doit promouvoir.
> On notera qu'une réponse digne d'un professionnel de l'enseignement ne peut – sous peine de devenir rapidement inutilisable – consister seulement en un *Oui* ou un *Non*, ou, selon le cas, en l'indication d'une *recette :* elle doit en outre apparaître *justifiée*, ce qui suppose une « théorie de l'enseignement ». Une réponse est donc une réalité *qui se construit*, et dont la construction demande souvent *un temps considérable*. Il faut, par conséquent, apprendre à vivre avec des *questions ouvertes* – au cours des années de formation, et *tout au long de sa carrière*. Il faut aussi accepter de vivre avec des réponses *partielles*, *insuffisantes*, et surtout accepter de *critiquer*, de *déconstruire* des réponses auxquelles on s'était habitué – ce qui est le plus difficile, mais aussi *le plus essentiel*.

Ce dispositif, appelé *les questions de la semaine*, permet, comme nous allons le voir, de mettre au jour des problèmes de la profession. Mais avant cela, notons qu'il est étroitement lié à un autre dispositif, le *forum des questions*, dans lequel seront apportés des *matériaux pour une réponse* à certaines des questions ainsi dégagées. Pour fixer les idées, voici une petite liste de questions qui ont été posées et étudiées dans le cadre de la formation en deuxième année de master à Toulouse, en 2010-2011 :

> 1. Comment répondre à une question d'élève : « Pourquoi sur mon logiciel (GeoGebra), la bissectrice est-elle une droite alors que dans la définition c'est une demi-droite ? »
>
> 2. Est-ce que l'angle plat est un angle obtus ? Si oui, l'angle nul est-il aigu ? Et qu'en est-il pour l'angle droit ?
>
> 3. Comment peut-on faire une AER [activité d'étude et de recherche] introduisant la colinéarité de vecteurs sans utiliser explicitement les trois notions de sens, direction et longueur ?
>
> 4. Lors de ma séquence sur les puissances en classe de 4^e, durant une des séances, un élève me pose la question suivante : « Combien fait zéro exposant zéro car la calculatrice écrit ERROR ? » Juste avant, dans

[4] Cette formulation a été utilisée pour présenter le dispositif des questions de la semaine dans la formation réalisée à Toulouse en 2010-2011, mais elle résulte de tout le travail effectué à l'IUFM d'Aix-Marseille pendant de nombreuses années.

le cours, nous avons noté $\forall\ a \in \mathbb{R}$, $a^0 = 1$. J'ai répondu à l'élève que, par convention, on écrit $0^0 = 1$. À savoir, comment on peut expliquer à un élève de 4e que $0^0 = 1$.

5. Comment organiser la prise de notes lors d'une AER ? Lors de mon stage, prise par la réactivité de la classe, tout a été fait à l'oral sauf une figure ; les élèves n'ont gardé aucune trace écrite de l'AER (à part le sujet). Les seules figures qu'ils ont faites, c'est sur leur brouillon.

6. Quel est le lien entre statistique et probabilités ?

7. La médiane est une droite. « Le point G se trouve aux deux tiers de la médiane à partir du sommet. » Alors, dans cet énoncé, ce n'est plus une droite mais le segment [AA'], où A' = mil [BC].

8. Comment expliquer que $a = \pi$ ou $\sqrt{50}$ est une valeur exacte ?

Sans entrer dans le détail des éléments de réponse qui ont été apportés à ces questions, nous citerons deux problèmes de la profession qui ont ainsi pu être dégagés au chevet de la formation et ont donné lieu à des travaux de recherche qui, en retour, peuvent venir nourrir les formations. Le premier d'entre eux révèle un problème d'*infrastructure mathématique* (sur la notion d'infrastructure, voir Chevallard 2009) qui a perduré pendant plus de deux décennies. Au départ, on trouve quelques questions telles la suivante, posée en 2000-2001 par un élève professeur en deuxième année à l'IUFM d'Aix-Marseille.

Quelle définition donner des angles alternes-internes ? (Il y a deux possibilités : le cas où les droites sont parallèles et le cas plus général.)

Dans le cadre de son stage en établissement, cet élève professeur a en responsabilité une classe de 5e (élèves de 12-13 ans) ; la caractérisation angulaire du parallélisme (notamment à l'aide des angles alternes-internes) est au programme de cette classe. Les questions susmentionnées portent sur la *définition* des angles alternes-internes. Une enquête approfondie va révéler une pathologie curriculaire qui a affecté l'enseignement français pendant d'assez longues années, lors desquelles les angles alternes-internes ne sont définis que dans le cas où l'on a deux droites parallèles coupés par un sécante – ce qui, bien évidemment, interdit de *caractériser* le parallélisme à l'aide des angles alternes-internes (voir Cirade 2008b).

Le second, quant à lui, révèle un problème d'*infrastructure didactique* et a été étudié par Michèle Artaud (2011). Le thème mathématique concerné est celui des puissances d'un nombre ; il est abordé en classe de 4e (élèves de 13-14 ans) et est

travaillé dans la formation, mais fait durablement problème, comme en témoigne cette question, posée par un élève professeur [de l'IUFM d'Aix-Marseille] de l'année 2007-2008 […].
« Les puissances en 4e : sur ce chapitre, le séminaire m'a apporté de nombreux éléments mais un point reste encore, pour moi, mystérieux ! Je n'arrive pas à comprendre pourquoi les formules sont données seulement pour les puissances de 10. Mes élèves ont repéré la formule sur les entiers quelconques (alors que les puissances de 10 n'ont pas été encore traitées) et l'utilisent dans les calculs malgré de nombreuses remarques. Je leur ai demandé de ne pas l'utiliser car hors programme mais bien que je leur demande de détailler les étapes de calcul (en revenant à la définition), ils utilisent cette formule. Comment le justifier autrement ? (Je leur ai permis d'utiliser la formule pour vérifier leurs calculs.) » (Artaud 2011, p. 142)

En classe de 4e, le programme indique notamment, dans la colonne *Capacités* :

– Comprendre les notations a^n et a^{-n} et savoir les utiliser sur des exemples numériques, pour des exposants très simples et pour des égalités telles que : $a^2 \times a^3 = a^5$; $(ab)^2 = a^2b^2$; $\frac{1}{a^3} = a^{-3}$, où a et b sont des nombres relatifs non nuls.

– Utiliser sur des exemples numériques les égalités : $10^m \times 10^n = 10^{m+n}$; $\frac{1}{10^n} = 10^{-n}$; $(10^m)^n = 10^{m \times n}$ où m et n sont des entiers relatifs.

… alors qu'en classe de 3e, il stipule (toujours dans la colonne *Capacités*) :

Utiliser sur des exemples les égalités : $a^m.a^n = a^{m+n}$; $a^m/a^n = a^{m-n}$; $(a^m)^n = a^{mn}$; $(ab)^n = a^nb^n$; $(a/b)^n = a^n/b^n$ où a et b sont des nombres non nuls et m et n des entiers relatifs.

M. Artaud analyse alors la situation en utilisant le modèle des moments de l'étude, ce dont nous rendons compte très succinctement de la façon suivante :

> On a ainsi une ligne de partage entre la classe de 4^e et la classe de 3^e qui se dessine grossièrement de la façon suivante : les puissances de 10 sont à l'étude en quatrième du point de vue de la multiplication et de l'inverse et permettent de mettre en place la notation scientifique ; cette étude se poursuit en classe de 3^e du point de vue de la division et, plus généralement, ce sont les puissances d'un nombre qui sont à l'étude dans cette classe. […] Ce qui peut rendre viable cette ligne de partage, c'est une gestion adéquate de la dialectique entre le moment exploratoire et le moment technologico-théorique relative aux organisations mathématiques (OM) étudiées. (Artaud 2011, p. 144)

Sans détailler plus avant les deux cas susmentionnés, notons que l'on vient ici de dégager certaines des conditions et des contraintes de la diffusion des praxéologies didactiques dans la profession, en s'attachant à examiner – à partir de questions posées par les professeurs en formation initiale – les problèmes qui se posent à la profession.

IV. CONCLUSION

On notera que, à côté du système didactique principal $S(X ; Y ; Q)$ et afin d'apporter une aide à son fonctionnement, on peut mettre en place des systèmes didactiques auxiliaires – comme par exemple ceux qui sont constitués lors du travail d'étude et de recherche menant à la rédaction et à la soutenance du *mémoire professionnel* dans le cadre de la deuxième année de master. Nous laisserons de côté, dans cette contribution, le travail qui peut être entrepris en liaison avec les autres dispositifs mis en place dans la formation, notamment ceux qui visent à préparer spécifiquement les différentes épreuves du CAPES, qu'il s'agisse des épreuves d'admission ou des épreuves d'admissibilité.

Comme on l'a vu précédemment à l'occasion des *questions de la semaine*, les travaux réalisés autour de différents corpus (rapports de stage, mémoires, recueils de traces écrites d'élèves, etc.), aussi bien dans le cadre de la formation que dans le cadre de la recherche, permettent de dégager des conditions et des contraintes de la diffusion des praxéologies mathématiques dans l'École et des praxéologies didactiques dans la profession. L'un des objectifs du travail réalisé en formation est de faire émerger les problèmes de la profession et de construire des réponses aux questions dégagées, afin de (re)construire des infrastructures didactiques, ce qui passe par l'identification, l'analyse et l'évaluation des réponses $R^\lozenge$ existantes, mais aussi par la recherche et la mise à disposition d'œuvres O outillant le travail de production de $R^\heartsuit$. Il reste ensuite à organiser la *diffusion* et la *réception* dans le « réseau » des formations et, par-delà, dans la profession, tout en sachant que

> construite, la réponse $R^\heartsuit$, n'est pourtant pas un absolu : si elle diffuse dans le réseau que dessinent les formations (initiales et continues) à la profession, si elle « percole » au sein de la profession elle-même, elle apparaîtra bientôt comme une réponse $R^\lozenge$ parmi d'autres, que l'on peut simplement espérer plus proche de l'optimum par rapport à certains ensembles de conditions et de contraintes. (Chevallard et Cirade 2009, p. 59)

La recherche en didactique des mathématiques s'avère ici l'un des moyens clés pour faire évoluer l'institution qui « *devrait* avoir à sa charge d'impulser et de gérer le développement historique du *métier* d'enseignant » (Chevallard sous presse) du statut de *semi-profession* – en empruntant ce terme à Amitai Etzioni (1969) – au statut de *profession*.

REFERENCES

Artaud M. (2007) La TAD comme théorie pour la formation des professeurs. Structures et fonctions. In Ruiz-Higueras L., Estepa A., García F. J. (Eds.) (pp. 241-259) *Sociedad, escuela y matemáticas. Aportaciones de la teoría antropológica de lo didáctico (TAD)*. Jaén : Publicaciones de la Universidad de Jaén.

Artaud M. (2011) Les moments de l'étude : un point d'arrêt de la diffusion ? In Bosch M. et al. (Eds.) (pp. 141-162) *Un panorama de la TAD*. Barcelone : CRM.

Chevallard Y. (1999) Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : l'approche anthropologique. In Noirfalise R. (Ed.) (pp. 91-120) *Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques*. Clermont-Ferrand : IREM. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=27

Chevallard Y. (2002) Organiser l'étude. Structures & fonctions. In Dorier J.-L., Artaud M., Artigue M., Berthelot R., Floris R. (Eds.) (pp. 3-22) *Actes de la 11[e] école d'été de didactique des mathématiques*. Grenoble : La Pensée sauvage.

Chevallard Y. (2006) *Séminaire de didactique des mathématiques 2005-2006*. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=168

Chevallard Y. (2007) *Séminaire de didactique des mathématiques 2006-2007*. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=168

Chevallard Y. (2009, mai) Remarques sur la notion d'infrastructure didactique et sur le rôle des PER. Conférence prononcée aux *Journées Ampère* tenues à l'INRP, Lyon. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=155&var_recherche=infrastructure+didactique

Chevallard Y. (2010) Où va la didactique ? Perspectives depuis et avec la TAD. In Bronner A., Larguier M., Artaud M., Bosch M., Chevallard Y., Cirade G., Ladage C. (Eds.) *Diffuser les mathématiques (et les autres savoirs) comme outils de connaissance et d'action* (pp. 923–948). Montpellier : IUFM. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=153

Chevallard Y. (sous presse) L'échec splendide des IUFM et l'interminable passion du pédant. Quel avenir pour le métier de professeur ? Conférence inaugurale du colloque *Regards des didactiques des disciplines sur les pratiques et la formation des enseignants* organisé par le Gridife (Toulouse, France, 20-22 octobre 2010). http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=179&var_recherche=l%27%E9chec+splendide

Chevallard Y., Artaud M. (2000) *L'ordinaire des classes et les novations spontanées*. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=23&var_recherche=L%92ordinaire+des+classes+et+les+novations+spontan%E9es

Chevallard Y., Cirade G. (2009) Pour une formation professionnelle d'université. Éléments d'une problématique de rupture. *Recherche et formation* 60, 51-62. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=149&var_recherche=probl%E9matique+de+rupture

Cirade G. (2006) *Devenir professeur de mathématiques : entre problèmes de la profession et formation en IUFM. Les mathématiques comme problème professionnel*. Thèse de doctorat. http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00120709/fr/

Cirade G. (2008a) Devenir professeur de mathématiques : les mathématiques comme problème professionnel. In Gueudet G., Matheron Y. (Eds.) (pp. 249-277)*Actes du séminaire national de didactique des mathématiques 2007*. Paris : IREM de Paris7/ARDM.

Cirade G. (2008b) Les angles alternes-internes : un problème de la profession. *Petit x* 76, 5-26.

Etzioni E. (1969) *The semi-professions and their organization: Teachers, nurses and social workers*. New York : Free Press.

Marietti J. (2009) *Le concept de PER et sa réception actuelle en mathématiques et ailleurs. Une étude préparatoire*. Mémoire de master 1. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=165